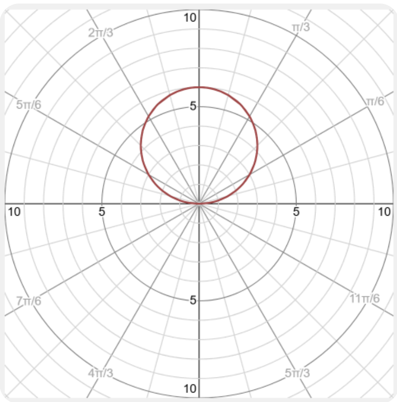
Asistente virtual experto

Hallar el area encerrada por la curva polar r=6sen(θ)

Respuesta



Para hallar el área encerrada por una curva polar dada por $r = 6\sin(\theta)$, utilizamos la fórmula para el área en coordenadas polares:

$$A = \frac{1}{2}\int_{\alpha}^{\beta} r^2 \, d\theta$$

En este caso, la curva es una cardioide, y el intervalo de integración va de 0 a π porque la cardioide se cierra en este intervalo. Primero, sustituimos $r = 6\sin(\theta)$ en la fórmula del área:

$$A = \frac{1}{2}\int_{0}^{\pi} (6\sin(\theta))^2 \, d\theta$$

Simplificamos el integrando:

$$A = \frac{1}{2}\int_{0}^{\pi} 36\sin^2(\theta) \, d\theta$$

$$A = 18\int_{0}^{\pi} \sin^2(\theta) \, d\theta$$

Para resolver la integral, utilizamos la identidad trigonométrica:

$$\sin^2(\theta) = \frac{1 - \cos(2\theta)}{2}$$

Sustituimos esta identidad en la integral:

$$A = 18\int_0^{\pi} \frac{1-\cos(2\theta)}{2}\,d\theta$$

$$A = 9\int_0^{\pi} (1-\cos(2\theta))\,d\theta$$

Separamos la integral:

$$A = 9\left[\int_0^{\pi} 1\,d\theta - \int_0^{\pi} \cos(2\theta)\,d\theta\right]$$

Resolvemos cada integral por separado:

$$\int_0^{\pi} 1\,d\theta = \pi$$

$$\int_0^{\pi} \cos(2\theta)\,d\theta = \left.\frac{\sin(2\theta)}{2}\right|_0^{\pi} = 0$$

Por lo tanto:

$$A = 9[\pi - 0]$$
$$A = 9\pi$$

Así, el área encerrada por la curva polar $r = 6\sin(\theta)$ es 9π unidades cuadradas.